Colaboración

Instituto Tecnológico de Ensenada

# Control par-calculado para el cabeceo del helicóptero Quanser de 2 GDL

Resumen: En este trabajo se presenta el modelado y control para el cabeceo del helicóptero Quanser de 2 grados de libertad, lo cual incluye una reformulación de sus parámetros y variables respecto a los marcados en el manual del propio helicóptero. Para la regulación de la posición angular del cabeceo de dicho sistema se implementa un controlador par-calculado, considerándose una relación estática entre el voltaje, empuje y par aplicados. Finalmente, se muestran comparaciones entre simulaciones y experimentos, en donde se logra apreciar bastante similitud en ambos resultados: validándose de esta manera la teoría propuesta.

Palabras clave: Vehículos Aéreos no Tripulados, Control de Robots, Sistemas No Lineales, Validación Experimental, Tiempo Real. Abstract: In this paper it is presented the modeling and control for the pitching of the Quanser 2 DOF helicopter, including a reformulation of its parameters and variables respect to what is marked on the own helicopter's manual. For the regulation of the angular position of the pitching of this system it is implemented a computed-torque control, considering a static relationship between the voltage, thrust and torque applied. Finally, they are shown comparisons between experiments and simulations, where can be appreciated a great similarity between both results; validating in this way the proposed theory.

Enrique Gonzalez Galindo, Eusebio Bugarin, Ana Y. Aguilar Bustos

Keywords: UAVs, Robot Control, Nonlinear Systems, Experimental Validation, Real-Time.

#### **INTRODUCCIÓN**

Los vehículos aéreos no tripulados (UAVs, Unmanned Autonomous Vehicles), también llamados drones [1], han despertado en estos últimos años un importante interés tanto en las actividades de investigación como en las industriales para ser usados en diversas tareas.

Existen varias aplicaciones para los drones, las cuales abarcan desde las civiles hasta las militares. Dentro de sus aplicaciones civiles tenemos la vigilancia del tráfico de carreteras, operaciones de búsqueda aérea y salvamento, recolección de información para la predicción meteorológica, vigilancia de bosques o detecciones de fuego, entre muchas otras más.

Los drones de múltiples rotores han atraído considerablemente la atención; siendo los más populares los de cuatro rotores (aunque también se han desarrollado de otras cantidades y de variadas configuraciones). Estos sistemas robóticos aéreos de múltiples rotores son capaces de flotar y tienen una buena capacidad de maniobra. Desde el punto de vista mecánico, pueden ser considerados más simples que los helicópteros convencionales porque no tienen el plato cíclico y no es necesario eliminar los pares giroscópicos creados por el propio giro de los motores. Por otra parte, los rotores desarrollan menos energía que el rotor principal equivalente a los helicópteros convencionales, por lo que pueden llegar a ser más seguros. De esta manera los drones se están utilizando en muchos laboratorios de investigación y se están volviendo atractivos para muchas aplicaciones que no requieren cargas útiles significativas [2]. Los drones de cuatro rotores han sido objeto de significantes estudios desde que ganaron la atención de investigadores en robótica alrededor del año 2000, habiendo numerosos artículos que se han escrito concernientes a su dinámica y descripción de métodos para su control de vuelo [3, 4].

Una manera útil para comenzar a comprender y a trabajar con los UAVs puede ser mediante el estudio de un simple sistema que involucre a una sola propela, como es el caso de un sistema péndulo impulsado con el empuje de una propela. Algunos trabajos relacionados podemos verlos en Farmanbordar et al. [5], Mohammadbagheri y Yaghoobi [6], Shamsulkamar [7], Srinivasulu et al. [8] y Rahimi et al. [9]; los cuales sólo presentan resultados en simulación. Ahora bien, en otros trabajos relacionados tenemos a Uyar et al. [10], Martinez et al. [11], Enikov y Campa [12] y Moreno et al. [13] en donde se presentan resultados simulados y experimentales. De los trabajos nombrados anteriormente solamente [9] y [12] utilizan control no lineal.

En este trabajo se lleva a cabo el modelado de un sistema pendular similar utilizando un grado de libertad (el cabeceo) del helicóptero Quanser de 2 grados de libertad (gdl) [14]. De acuerdo al análisis realizado se plantea una reformulación de sus parámetros y variables para finalmente proponer un controlador par-calculado para la posición angular del cabeceo; el cual es validado en forma experimental.

# MODELADO DEL SISTEMA

En la Figura 1 se muestra el helicóptero empleado en este trabajo, en el cual sólo se analiza uno de sus grados de libertad (el cabeceo), considerándolo como un péndulo. Este péndulo es impulsado por una propela accionada por un motor de corriente directa, que al girar desarrolla una fuerza de empuje T (ver Figura 2) y debido a una distancia al eje de giro d se genera un par 1 quien finalmente mueve al péndulo. Este movimiento puede ser medido por medio de un codificador óptico (encoder) ubicado en el eje de giro, dando una medición de su posición angular  $\theta$ .



Figura 1. Helicóptero Quanser de 2 GDL.

El análisis del sistema fue realizado mediante las ecuaciones de movimiento de Newton-Euler, dando como resultado

 $I\theta -+mglsen(\theta)=\tau$  (1)

donde I es el momento de inercia respecto al eje de giro, m es la masa del helicóptero, g es la aceleración de la gravedad, I es la distancia del eje de giro al centro de masas del helicóptero, T es el par aplicado y por último  $\theta$ ,  $\theta^{+}$  y  $\theta^{-}$ son la posición angular, la velocidad angular y la aceleración angular, respectivamente. Cabe mencionar que la fricción se desprecia debido a que su valor es muy pequeño por el tipo de rodamiento incluido en el eje de giro.

Observé de la Figura 2, que la perpendicular al eje de giro de la propela para el cabeceo que pasa por el eje de giro para el ángulo de cabeceo  $\theta$  no cruza por el eje de giro de la propela de cola del helicóptero (contrario a lo que se argumenta en el propio manual [14]). También cabe destacar que el helicóptero cuenta con 3 posiciones para mover el eje de giro del cabe $ceo \theta$  y que en ninguna de ellas ocurre el cruze mencionado. Lo anterior justifica el hecho de realizar una reformulación, respecto al manual [14], de las variables y parámetros en el modelo del helicóptero, encontrándose una localización, para el centro de masas de  $[1,\gamma]=[0.01588]$ m,28.18°] para el helicóptero puesto en la posición más cercana a la propela del cabeceo respecto de las 3 posiciones para mover el eje de giro del cabeceo  $\theta$ .

# Caracterización motor/propela

El modelado de la dinámica de una propela con su motor es un procedimiento bastante complejo [10], debido principalmente a los efectos aerodinámicos no lineales causados por el propio giro de la propela. Para sobrellevar lo anterior y de acuerdo a como se hace comúnmente en la literatura, en este trabajo consideraremos una relación estática entre el voltaje aplicado al motor de 12 VCD para el cabeceo (o la velocidad angular de su propela) y el empuje generado.

Para encontrar dicha relación estática se realizó el experimento mostrado en la Figura 3. Es decir, para un voltaje particular aplicado se agregó un contrapeso tal que el helicóptero se mantuviera horizontal; entonces mediante un análisis estático de fuerzas y pares se encontró el empuje (con a1=0.194 [m] y a2=0.172 [m]) y con un tacómetro, su velocidad angular. De esta forma se completaron los datos de la Tabla 1.

Revista Ingeniantes Año 2 No. 1 Vol. 1



Figura 2. Esquema del Helicóptero.



Figura 3. Esquema para la caracterización del motor/propela.

Voltaje $v$	Velocidad angular $\omega$	Empuje $T$
[V]	[rad/s]	[N]
1	48.7	0
2	100.6	0.00853
3	149.9	0.03707
4	193.4	0.10189
5	236.4	0.15818
6	282.7	0.25811
7	326.7	0.36549
8	368.8	0.48072
9	410.3	0.64351
10	453.4	0.81307
11	409.0	0.98331
12	521.8	1.14032

#### Tabla 1. Caracterización del motor/propela.

La Figura 4 muestra la relación entre la velocidad angular y el empuje de acuerdo a los datos de la Tabla 1. Con ajuste de curva obtenemos una aproximación a su relación mediante una función cuadrática; tal función se presenta a continuación:

$$T = 5.36 \times 10^{-6} \omega^2 - 6.60 \times 10^{-4} \omega + 1.38 \times 10^{-2}.$$



Figura 4. Velocidad angular contra empuje.

Para efectos de experimentación, en donde a partir de un par  $\tau$  solicitado se calcula un empuje a aplicar (T= $\tau/d$ ) y a través de este un voltaje v también a aplicar, en la Figura 5 se muestra la relación entre el empuje y el voltaje, obteniendo de esta relación la siguiente función de quinto orden:

$$v = 71.52T^5 - 224.88T^4 + 262.50T^3 +$$

$$-142.14T^2 + 42.94T + 0.98. \tag{2}$$



Figura 5. Empuje contra voltaje.

# CONTROL

En este trabajo se propone resolver el problema de regulación para el sistema recién descrito. Para tal situación defínase al error como

$$e = \theta_d - \theta \tag{3}$$

donde  $\theta_d$  es la posición deseada. De manera que el objetivo de control es

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0.$$

Considérese el siguiente controlador par-calculado:

$$\tau = -2\zeta \omega_n \bar{l}\dot{\theta} + \omega_n^2 \bar{l}(\theta_d - \theta) + \bar{m}g\bar{\ell}\mathrm{sen}(\theta) \tag{4}$$

donde  $\zeta$ ,  $\omega_n > 0$  son la relación de amortiguamiento y la frecuencia natural no amortiguada, respectivamente (ambas ganancias ajustadas por el usuario);  $\Gamma$  es el valor del momento de inercia estimado, m<sup>-</sup> es la masa del helicóptero estimada y I<sup>-</sup> es la distancia estimada desde el eje de giro al centro de masas.

Al igualar las ecuaciones del modelo del sistema (1) y la ley de control (4) podemos obtener la dinámica del error en lazo cerrado como

$$\ddot{e} + 2\zeta \omega_n \frac{\bar{I}}{\bar{I}} \dot{e} + \omega_n^2 \frac{\bar{I}}{\bar{I}} e + \frac{g}{I} \operatorname{sen}(\theta_d) \left( \bar{m} \bar{\ell} - m\ell \right) = 0.$$

Observe que si las estimaciones en los parámetros son las correctas, (5) queda

 $\ddot{e} + 2\zeta \omega_n \dot{e} + \omega_n^2 e = 0$ , por lo que el objetivo de control es satisfecho. Ahora bien, si linealizamos (5) en e=0, tenemos

$$\ddot{e} + 2\zeta \omega_n \frac{\bar{l}}{l} \dot{e} + \omega_n^2 \frac{\bar{l}}{l} e + \frac{g}{l} \operatorname{sen}(\theta_d) \left( \overline{m} \overline{\ell} - m\ell \right) = 0.$$

La cual bajo el cambio de variables

$$x = \omega_n^2 \frac{\overline{l}}{l} e + \frac{g}{l} \operatorname{sen}(\theta_d) \left( \overline{m} \overline{\ell} - m\ell \right)$$

queda

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n \frac{\bar{l}}{l}\dot{x} + \omega_n^2 \frac{\bar{l}}{l}x = 0$$

cumpliéndose que

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = 0.$$

Lo cual implica que, al menos localmente,

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = -\frac{g}{\bar{\iota}\omega_n^2} \operatorname{sen}(\theta_d) \big( \overline{m}\overline{\ell} - m\ell \big)$$

De esta manera, el objetivo de control se cumple (al menos localmente) si m T =ml o  $sen(\theta_d)=0$ ; de otra forma se garantiza que el cabeceo llega al reposo pero con un error en estado estacionario

$$e_{ss} = -\frac{g}{\bar{l}\omega_n^2} \operatorname{sen}(\theta_d) \big( \overline{m}\overline{\ell} - m\ell \big).$$
(6)

Finalmente, nótese que una pobre estimación en I también impacta en la respuesta transitoria del sistema.

# SIMULACIONES Y EXPERIMENTOS

En esta sección se presentan los resultados de simulación y experimentos de la teoría propuesta. Ambos resultados detallan la aplicación de la ley de control (4), la cual tiene como objetivo llevar al péndulo a una posición deseada y constante.

Para efectos de experimentación, la velocidad angular es calculada gracias a la utilización de un filtro pasa bajas de segundo orden, el cual tiene de entrada la lectura de la posición angular tomada por el codificador óptico (encoder). Tal función del filtro se presenta a continuación:

$$H(s) = \frac{1.579x10^4}{s^2 + 213.628 \, s + 1.579x10^4} \, .$$

En la Tabla 2 se muestran los parámetros utilizados para llevar a cabo el control de posición tanto en la simulación como la experimentación (en la simulación los parámetros testados son iguales a los no testados).

#### Tabla 2. Parámetros del sistema.

Parámetros	Valor	Unidades
Ī	0.02075	Kg m <sup>2</sup>
$\overline{m}$	1.12	Kg
g	9.81	m/s <sup>2</sup>
$\overline{\ell}$	0.01588	m
d	0.172	m

La Tabla 3 muestra los principales componentes que constituyen al helicóptero Quanser de 2 gdl.

Tabla 3. descripción del sistema.

Dispositivo	Descripción
Fuente de poder	UPM-2405, 120VCA, 5 A.
Motor CD	PITTMAN, Modelo 9234004-R1, 12VCD
Propela	Graupner 20/15
Software	PC con QuaRC-Simulink
Codificador óptico	4096 conteos por revolución
Tarjeta de adquisición de datos	Quanser Q4

Para tener un buen tiempo de respuesta se eligió un valor de frecuencia natural  $\omega_n = 3.5$  y para el amortiguamiento  $\zeta = 0.8$ ; elegido de esta manera con el fin de obtener un estado transitorio con una curva de respuesta subamortiguada.

A continuación se presentan los resultados obtenidos en el experimento con un periodo de muestreo estricto (tiempo real) de 1 [ms]. Tanto los resultados en simulación como los experimentales son puestos en la misma gráfica para su comparación y apreciación de sus similitudes.

En la Figura 6 se muestran dos curvas las cuales describen el comportamiento de la simulación y la experimentación al ser aplicado el control (4) para lograr una posición deseada de 40 grados, en ambas curvas se logra ver que el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 1.5 segundos para la simulación y de 1.9 para la experimentación. La curva simulada llega a un error de cero en el estado estacionario, mientras que la experimental cuenta con un error alrededor de 0.25 grados, por lo que este error es muy aceptable.

La Figura 7 muestra la dinámica del error tanto en simulación como en experimentación. De igual manera que en la figura anterior se logra observar que la simulación tiene un menor amortiguamiento y alcanza la posición en un menor tiempo. Esta diferencia se debe principalmente a los efectos aerodinámicos ocasionados por el giro de la propela; así como también a los parámetros y dinámica no considerados dentro del modelo.



Figura 6. Respuesta del sistema.

Los valores del voltaje simulado y del experimental se grafican en la Figura 8; en la cual las curvas de ambos resultados muestran bastante similitud con una diferencia de 0.035 [V], con lo cual la diferencia de voltajes en el estado estacionario es prácticamente despreciable. Además se observa que no existe saturación de voltaje ya que la demanda de voltaje para este experimento se encuentra en un intervalo entre 7 y 10.5 [V]. Esta demanda cae dentro de las especificaciones de trabajo del motor de ( $_-^+$ )12 [V].

El último parámetro medido y comparado en este experimento es el empuje, esta comparación se detalla en la Figura 9. Y de igual manera se logra apreciar una diferencia muy pequeña entre ambas curvas.



Figura 7. Curva del error.



Figura 8. Voltaje aplicado.



Figura 9. Empuje aplicado.

# CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el modelado y la regulación de la posición angular para un sistema péndulo compuesto por sólo un grado de libertad (el cabeceo) del helicóptero Quanser de 2 gdl, en donde fue necesaria una reformulación de sus parámetros y variables. Se encontró una ubicación del centro de masas diferente a la mencionada en el manual del helicóptero [14], dicha ubicación se localiza en [I, $\mathbb{X}$ ]=[0.01588 m,28.18°]. Para resolver el problema de regulación de posición se diseñó e implementó un controlador Par-Calculado considerándose una relación estática entre el voltaje aplicado y el par o empuje generado. Finalmente, se presentan comparaciones entre simulaciones y experimentos, en donde se logra apreciar bastante similitud en ambos resultados; validándose de esta manera la teoría propuesta.

#### AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo financiero del Tecnológico Nacional de México, del Instituto Tecnológico de Ensenada, del PRODEP y del CONACYT (Proyecto 166654).

#### REFERENCIAS

[1] Castillo, P., García, P., Lozano, R., Albertos, P. (2007). Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial.

[2] García, L., Dzul, A., Lozano, R., Pégard, C.
(2013). Quad Rotorcraft Control. Springer, London.
[3] Pounds, P., Mahony, R., Corke, P. (2010). Modelling and control of a large quadrotor robot. Control and engineering practice.

[4] Pounds, P., Mahony, R., Hynes, P., Roberts, J. (2002). Desing of a Four-Rotor Aerial Robot. Australasian Conference on Robotics and Automation. [5] Farmanbordar, A., Zaeri, N., Rahimi, S. (2011). Stabilizing a Driven Pendulum using DLQR Control. Fifth Asia Modelling Symposium.

[6] Mohammadbagheri, A., Yaghoobi, M. (2011). A New Approach to Control A Driven Pendulum with PID Method. UKSim 13th International Conference on Modelling and Simulation.

[7] Shamsulkamar, S. (2008). Modeling and controller design for a compound pendulum. A thesis submitted in fulfillment of the requirements for award for the degree of bachelor of Electrical Engineering.

[8] Srinivasulu, S., Darshan, T., Nagendra, B. (2012). Design of Quadratic Dynamic Matrix Control for Driven Pendulum System. International Journal of Electronics and communication Engineering, pp. 363-370.

[9] Reza, M., Ghasemi, R., Sanaei, D. (2013). Design Controller for a Class of Nonlinear Pendulum Dyanmical System. IAES International Journal of Artificial Intelligence, pp. 159-168.

[10] Uyar, E., Akdogan, T., Keskin, O., Mutlu, L. (2011). Position control of a Seesaw like Platform by Using a Thrust Propeller. The 12th IEEE International Workshop on Andvanced Motion Control. [11] Martinez, R., Ruiz, F., Sanchez, A., Garcia, O. (2014). Dynamic Response of BLDC-Thruster for Small Scale Quadrotors under Aerodynamic Load Torque. IEEE.

[12] Enikov, E., Campa, G. (2012). Mechatronic Aeropendulum: Demostration of Linear and Nonlinear Feedback Control Principles With MATLAB/ Simulink Real-Time Windows Target. IEEE TRAN-SACTIONS ON EDUCATION.

[13] Moreno, F., Becerra, J., Yulianny, A., Alarcón, F. (2012). Desarrollo de un módulo didáctico para el control angular de un péndulo suspendido.

[14] Quanser: Position Control 2-DOF Helicopter. Reference Manual.

